

## PARTIE I

On considère la fonction numérique  $f$  de la variable réelle  $x$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = e^x - x - 1$ .

On note  $C$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Unité graphique 1 cm.

1. Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2. a) Vérifier que  $f(x)$  peut s'écrire  $f(x) = e^x \left( 1 - \frac{x}{e^x} - \frac{1}{e^x} \right)$ .

b) En déduire  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

3. Calculer  $f'(x)$  et établir le tableau des variations de  $f$ .

4. a) Montrer que la droite  $D$  d'équation  $y = -x - 1$  est asymptote à  $C$  lorsque  $x$  tend vers moins l'infini.

b) Etudier la position de  $C$  par rapport à  $D$ .

5. Déterminer une équation de la tangente  $D'$  à  $C$  au point d'abscisse  $-1$ .

6. Construire  $C$  et  $D$ .

7. Calculer en  $\text{cm}^2$  l'aire du domaine limité par  $D$ , la courbe  $C$  et les droites d'équation  $x = -1$  et  $x = 0$ .

## PARTIE II

Pour tout entier  $n$  appartenant à  $\mathbb{N}$ , on désigne par  $E_n$  le domaine limité par la droite  $D$ , la courbe  $C$  et les droites d'équation :  $x = -n - 1$  et  $x = -n$ .

1. Calculer en  $\text{cm}^2$  l'aire  $A_n$  du domaine  $E_n$ .

Montrer que la suite des réels  $A_n$  est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme  $A_0$  et la raison.

2. Calculer  $S_n = A_0 + A_1 + A_2 + \dots + A_n$ .

En déduire :  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .

## PARTIE III

1. Montrer qu'en tout point  $M$  d'abscisse  $a$  de la courbe  $C$  il existe une tangente à  $C$  dont on établira une équation en fonction de  $a$ .

2. Cette tangente rencontre l'asymptote  $D$  en un point  $N$ . On désigne par  $M'$  et  $N'$  les projections orthogonales de  $M$  et  $N$  sur l'axe des abscisses.

a) Montrer que  $M'N'$  est un nombre constant.

b) En déduire une construction simple de la tangente en  $M$ .

c) Construire la tangente  $D'$  définie dans la partie I.5.

Tout le soutien scolaire sur [www.aides-services.com](http://www.aides-services.com)

Pour des cours particuliers appelez le 04 70 05 45 68 ou 04 73 85 50 08 ou 06 88 55 84 04  
ou [julien@aides-services.com](mailto:julien@aides-services.com)